

# Verfahren zur Bestimmung der Zuverlässigkeit von Kommunikationsnetzwerken: Eine Studie zu exakten und approximativen Verfahren

Dirk Reichelt<sup>1</sup> und Franz Rothlauf<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Institut für Wirtschaftsinformatik, Technische Universität Ilmenau  
Dirk.Reichelt@tu-ilmenau.de

<sup>2</sup> Lehrstuhl für ABWL und Wirtschaftsinformatik, Universität Mannheim  
rothlauf@uni-mannheim.de

**Abstract:** Mit zunehmendem Einsatz von netzbasierten IT-Anwendungen ist die Zuverlässigkeit und Sicherheit der zugrundeliegenden Kommunikationssysteme und -netzwerke von immer größerer Bedeutung für Unternehmen. Da in der Realität Kommunikationsverbindungen zwischen zwei Standorten mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit ausfallen können, müssen Kommunikationsnetzwerke so aufgebaut werden, dass die Wahrscheinlichkeit einer vollständigen Nichterreichbarkeit von einzelnen Standorten gering ist. Die „All-Terminal“ Zuverlässigkeit eines Netzwerks ist ein Maß für die Zuverlässigkeit eines Netzwerks und beschreibt die Wahrscheinlichkeit, mit der Teile des Gesamtnetzwerks nicht mehr erreichbar sind unter Berücksichtigung der Ausfallwahrscheinlichkeit von einzelnen Verbindungen. Der vorliegende Beitrag stellt unterschiedliche Methoden zur Berechnung der „All-Terminal“ Zuverlässigkeit vor und vergleicht deren Laufzeit und Genauigkeit für ausgewählte Testinstanzen. Auf Basis der experimentell gewonnenen Ergebnisse erfolgt eine Empfehlung für den Einsatz der unterschiedlichen Verfahren zur Bestimmung der „All-Terminal“ Zuverlässigkeit.

## 1 Einleitung

Beim Einsatz von netz- und internetbasierten IT-Anwendungen ist die Zuverlässigkeit und Sicherheit der zugrundeliegenden Kommunikationssysteme einer der Schlüsselfaktoren für den Erfolg einer Geschäftstätigkeit. Mit der zunehmenden Integration von IT-Systemen entlang der Wertschöpfungskette wächst die Abhängigkeit von zuverlässigen und störungsfrei operierenden Kommunikationsnetzwerken. Bei der Planung von vernetzten IuK-Systemen ist daher die Zuverlässigkeit der Kommunikationsinfrastruktur bei Ausfällen einzelner Netzwerkkomponenten von hoher Bedeutung. Als Maß für die Robustheit eines Netzwerks gegenüber Ausfällen einzelner Leitungen wird die „All-Terminal“ Zuverlässigkeit verwendet. Dieses Maß gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass bei gegebenen Ausfallwahrscheinlichkeiten für einzelne Netzwerkverbindungen sämtliche Knoten des Netzwerks noch miteinander kommunizieren können [?]. Da die exakte Berechnung der „All-Terminal“ Zuverlässigkeit sehr ressourcen- und zeitaufwendig ist (NP-vollständig) wurde in den letzten Jahren eine Reihe von iterativen und approximativen Verfahren entwickelt. In diesem Beitrag werden unterschiedliche Verfahren zur Berechnung bzw. Abschätzung der „All-Terminal“ Zuverlässigkeit vorgestellt, untersucht und miteinander ver-

glichen. Im Mittelpunkt der Untersuchungen stehen die Laufzeit und die Genauigkeit der jeweiligen Verfahren für Netzwerke unterschiedlicher Größe und Komplexität. Basierend auf den experimentellen Ergebnissen werden Empfehlungen für den praktischen Einsatz der Methoden gegeben.

## 2 Zuverlässigkeitsmaße für Kommunikationsnetzwerke

Für die Bestimmung der Zuverlässigkeit eines Kommunikationsnetzwerks können unterschiedliche Bewertungsmaße verwendet werden. Dieses Kapitel gibt einen Überblick über unterschiedliche Ansätze zur Bewertung der Zuverlässigkeit. Das zugrundeliegende Kommunikationssystem wird hierfür als ungerichteter Graph  $G = (N, E)$  modelliert. Die Knoten des Kommunikationssystems (Standorte) bilden die Knotenmenge  $N$  des Graphen. Die Kanten (Leitungen) zwischen den einzelnen Kommunikationsknoten werden in der Kantenmenge  $E$  zusammengefasst. Wichtig bei der Zuverlässigkeit von Kommunikationsnetzen ist die Fähigkeit des Systems, dass trotz eines Ausfalls einzelner Verbindungen die Kommunikationsfähigkeit des gesamten Systems sichergestellt ist. Ein Netz ist dann zuverlässig, wenn nach Ausfällen von einzelnen Knoten oder Kanten immer noch Daten zwischen allen noch vorhandenen Knoten übertragen werden können. Für die nachfolgenden Untersuchungen wird die Annahme getroffen, dass die Knoten des Graphen zuverlässig arbeiten und nicht ausfallen können. Die Kanten hingegen fallen unabhängig voneinander aus. Für jede Kante  $e_{ij} \in E$  ist eine Zuverlässigkeit  $r(e_{ij})$  bekannt, welche die Zuverlässigkeit der jeweiligen Verbindung (Leitung) angibt. Auf diese Weise werden in der Praxis auftretende Wartungs- und Instandhaltungszeiten sowie nicht planbare externe Störungen abgebildet. Jede Kante kann sich im Zustand  $s_e$  „operabel“ ( $s_e = 1$ ) oder „ausgefallen“ ( $s_e = 0$ ) befinden.

### 2.1 Komponentenzusammenhang in Kommunikationsnetzwerken

Über den Komponentenzusammenhang eines Kommunikationsnetzes können Aussagen über die Zuverlässigkeit eines Kommunikationsnetzwerks getroffen werden. Als zusammenhängende Komponenten werden dabei die Knotenmengen verstanden, welche beim Ausfall einer oder mehrerer Kanten im Netzwerk weiterhin miteinander kommunizieren können. Das einfachste Zuverlässigkeitsmaß für ein Netzwerk ist der Zusammenhang. Ein Kommunikationsnetzwerk ist einfach zusammenhängend, wenn zwischen jedem Knotenpaar ein Kommunikationspfad besteht. Jedes einfach zusammenhängende Netzwerk kann durch den Ausfall von nur einer Kante bereits in zwei unterschiedliche Zusammenhangskomponenten zerfallen. Im allgemeinen Fall enthält ein  $n$ -fach zusammenhängendes Netzwerk mindestens  $n$  kantendisjunkte Kommunikationspfade für jedes Knotenpaar. Solange weniger als  $n$  Kanten ausfallen, ist ein  $n$ -fach zusammenhängendes Netzwerk verbunden. Die Betrachtung von Komponentenzusammenhängen zur Bewertung der Zuverlässigkeit ist unter praktischen Gesichtspunkten nicht ausreichend, da dadurch nur prinzipielle Aussagen über die Überlebensfähigkeit von Kommunikationsnetzen getroffen werden können. Aussagen über Wahrscheinlichkeiten, mit der ein Netzwerk beim Ausfall einzelner Kanten nicht mehr zusammenhängend ist, sind durch dieses Maß nicht möglich.

## 2.2 All-Terminal Zuverlässigkeit

Die Unzulänglichkeiten von Komponentenzusammenhängen zur Bewertung der Zuverlässigkeit von Netzwerken werden durch die Zuverlässigkeitsmaße „Source-Terminal“ Zuverlässigkeit bzw. „k-Terminal“ Zuverlässigkeit behoben (vgl. [?, S. 3]). Diese Zuverlässigkeitsmaße geben die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass zwischen beliebigen 2 bzw.  $k$  Knoten des Netzwerks ein funktionierender Kommunikationspfad existiert. Für die Zuverlässigkeitsbeurteilung moderner Kommunikationsinfrastrukturen ist die Betrachtung von jeweils  $k$  Knoten mithilfe der „Source-Terminal“ bzw. „k-Terminal“ Zuverlässigkeit allerdings nicht ausreichend. Vielmehr sollten die Verbindungen zwischen sämtlichen Knoten des Netzwerks betrachtet werden. So muss z.B. in „Backbone“-Netzwerken von Unternehmen sichergestellt werden, dass alle Standorte des Unternehmens mit allen anderen Standorten kommunizieren können. Die Bewertung der Zuverlässigkeit der Kommunikation zwischen allen vorhandenen Knoten eines Netzwerks wird durch die „All-Terminal“ Zuverlässigkeit  $R_{All}$  möglich. Diese stellt eine Erweiterung der k-Terminal Zuverlässigkeit dar und ist definiert als die Wahrscheinlichkeit, dass zwischen jedem Knotenpaar des Netzwerks ein funktionierender Kommunikationspfad existiert [?].  $R_{All}$  kann auch als die Wahrscheinlichkeit interpretiert werden, dass in dem Netzwerk mindestens ein funktionierender Baum existiert, welcher sämtliche Knoten des Netzwerks miteinander verbindet [?, S. 3]. Für die Planung und Erweiterung von Kommunikationsnetzwerken stellt die „All-Terminal“ Zuverlässigkeit ein geeignetes Gütemaß zur Beurteilung der Robustheit der entworfenen Topologien beim Ausfall einzelner Verbindungen des Netzwerks dar [?, ?, ?].

## 3 Verfahren zur Berechnung der All-Terminal Zuverlässigkeit

Zur Berechnung der „All-Terminal“ Zuverlässigkeit  $R_{All}$  wurden in den vergangenen Jahren unterschiedliche Methoden vorgestellt. Bei frühen Verfahren [?, ?] ist überwiegend von identischen Ausfallwahrscheinlichkeiten für alle Kanten des Netzwerks ausgegangen worden. In den letzten Jahren hingegen wurden verstärkt Verfahren vorgestellt, welche mit unterschiedlichen Zuverlässigkeiten für einzelne Kanten umgehen können. Ein Grund für diese Entwicklung war, dass mittlerweile in Kommunikationsnetzwerken Leitungen mit unterschiedlicher Ausfallsicherheit eingesetzt werden und der Preis einer Kommunikationsleitung von deren Zuverlässigkeit abhängt (je zuverlässiger, desto teurer). Die exakte Berechnung von  $R_{All}$  zählt zu den NP harten Problemen [?]. Viele exakte Ansätze zur Berechnung der „All-Terminal“ Zuverlässigkeit (z.B. das Verfahren von Buzacott [?, ?]) sind auf Grund des hohen Ressourcenbedarfs und langer Laufzeiten lediglich für Netzwerktopologien mit sehr wenigen Knoten effizient einsetzbar. Dieses Kapitel gibt einen Überblick über ausgewählte exakte und approximative Verfahren zur Berechnung von  $R_{All}$ .

### 3.1 Exakte Berechnungsverfahren für die „All-Terminal“ Zuverlässigkeit

#### 3.1.1 Vollständige Enumeration

Eine der einfachsten Methoden zur Berechnung der „All-Terminal“ Zuverlässigkeit bei vorgegebenen Zuverlässigkeiten für die einzelnen Verbindungen besteht in der vollständi-

gen Enumeration sämtlicher Zustände  $S$  des Netzwerks. Jede Kante  $e \in E$  bekommt dabei entweder den Zustand  $s_e = 1$  für „operabel“ oder  $s_e = 0$  für „ausgefallen“ zugeordnet. Ein Zustand  $s_i \in S$  repräsentiert als Vektor eine konkrete Realisierung sämtlicher Kanten-zustände des Netzwerks.  $\phi(s)$  sei eine Funktion, die den Zusammenhang des Netzwerks für einen Zustand  $s$  beschreibt.  $\phi(s)$  ist 1, wenn das Netzwerk für den Zustand  $s$  zusammenhängend ist und anderenfalls 0. Die Eintrittswahrscheinlichkeit eines Zustands  $s$  sei  $P(s)$ . Für die „All-Terminal“ Zuverlässigkeit ergibt sich somit:

$$R_{All} = \sum_{s \in S} P(s) * \Phi(s) \quad (1)$$

Die Anzahl der zu untersuchenden Zustände beträgt somit  $2^{|E|}$ . Auf Grund des exponentiellen Wachstums der zu untersuchenden Zustände bei zunehmender Kantenanzahl  $|E|$  ist das Verfahren der vollständigen Enumeration nur für kleine Netzwerke sinnvoll einsetzbar.

### 3.1.2 Ein mehrstufiger Dekompositionsansatz

Durch die Reduktion der zu untersuchenden Zustände  $S$  kann die Berechnung von  $R_{All}$  beschleunigt werden [?, ?]. Im Folgenden soll kurz ein mehrstufiger Dekompositionsansatz von [?] vorgestellt werden, welcher sich durch eine effizientere Berechnung von  $R_{All}$  sowie eine leichte Parallelisierbarkeit auszeichnet. Eine detaillierte Beschreibung des Verfahrens wird in [?] gegeben. Bei diesem exakten Verfahren wird zu Beginn genau ein zufällig ausgewählter spannender Baum  $T$  mit den Kanten  $e_1, e_2, \dots, e_{n-1}$  betrachtet. Ausgehend von  $T$  werden die disjunkten Komplementärereignisse  $\underline{T} = (\underline{e_1}, \underline{e_2}, \dots, \underline{e_{n-1}}) \cup (\underline{e_1}, \underline{e_2}, \dots, \underline{e_{n-1}}) \cup \dots \cup (\underline{e_1}, \underline{e_2}, \dots, \underline{e_{n-1}}) \cup \dots \cup (\underline{e_1}, \underline{e_2}, \dots, \underline{e_{n-1}})$  bestimmt. Jedes einzelne Ereignis  $s \in \underline{T}$  repräsentiert dabei einen Zustand, in dem bis zu maximal  $n-1$  Kanten ausgefallen sind (markiert durch  $\underline{e_i}$ ). Die Berechnung von  $R_{All}$  erfolgt gemäß

$$R_{All} = \prod_{e \in T} r(e) + \sum_{s \in \underline{T}} P(s) * R_{All}(G_s) \quad (2)$$

Der erste Term berechnet die Wahrscheinlichkeit, dass keine Kante des Baums  $T$  ausfällt.  $P(s)$  ist die Eintrittswahrscheinlichkeit für den Zustand  $s \in \underline{T}$ . Für die Berechnung von  $R_{All}(G_s)$  muss für jeden Zustand  $s \in \underline{T}$  der daraus resultierende Subgraph  $G_s$  aus  $G$  gebildet werden. Hierfür werden im Graphen  $G$  zunächst sämtliche ausgefallenen Kanten des Baums  $T$  gelöscht. Die verbleibenden Zusammenhangskomponenten werden dann jeweils zu einem neuen Knoten zusammengefasst, so dass  $G_s$  entsteht. Anschließend werden die nicht in  $T$  verwendeten Kanten berücksichtigt. Hierbei werden alle parallelen Kanten zwischen zwei Knoten in  $G_s$  zu einer Kante zusammengefasst. Die Ausfallwahrscheinlichkeit der neuen Kanten ergibt sich aus den Einzelzuverlässigkeiten der jeweiligen parallelen Kanten. Abbildung ?? zeigt die Entwicklung der „All-Terminal“ Zuverlässigkeit in Abhängigkeit von der Anzahl der betrachteten disjunkten Komplementärereignisse  $s \in \underline{T}$  für ein Problem mit 15 Knoten und 30 Kanten. Bereits nach der Bewertung der ersten Ereignisse ist ein großer Zuwachs für  $R_{All}$  zu erkennen. Ereignisse wie z.B.  $(\underline{e_1}, \underline{e_2}, \dots, \underline{e_{n-1}})$ , welche zuletzt betrachtet werden, haben dagegen nur einen sehr geringen Einfluss auf  $R_{All}$ .

Daher ist das Verfahren gut für Anwendungen geeignet, in denen  $R_{All}$  eine vorgegebene Zuverlässigkeitsschranke  $R_0$  erfüllen muss. Sobald  $R_{All}$  größer als die geforderte Schranke  $R_0$  ist, müssen die restlichen Ereignisse nicht mehr berechnet werden. Ein weiterer Vorteil ist dabei die leichte Parallelisierbarkeit. Während zentral lediglich der Baum  $T$  zu finden ist, kann die Berechnung des zweiten Summanden aus (??) verteilt erfolgen. Hierfür ist lediglich eine zentrale Koordinierungsinstanz notwendig, welche die einzelnen Ereignisse  $s \in \underline{T}$  an die Clients verteilt und die Berechnung von  $R_{All}$  nach (??) vornimmt.

### 3.2 Zuverlässigkeitsschranken und stochastische Verfahren

Trotz möglicher Parallelisierung und der Einführung von Abbruchkriterien ist die exakte Berechnung von  $R_{All}$  mit Hilfe der in Kapitel ?? vorgestellten Verfahren für große Netzwerke mit einem hohen Berechnungsaufwand und langen Laufzeiten verbunden. Da insbesondere bei der rechnergestützten, automatisierten Planung und Optimierung von Kommunikationsnetzwerken die „All-Terminal“ Zuverlässigkeit für eine große Menge von unterschiedlichen Netzwerktopologien bestimmt werden muss, sind langwierige Berechnungen hierfür nur begrenzt einsetzbar. Mit Hilfe von Näherungs- und Schätzverfahren lassen sich Abschätzungen für die tatsächliche „All-Terminal“ Zuverlässigkeit eines Kommunikationsnetzwerks ermitteln. Hierbei existiert zwischen exakten Verfahren und approximativen Verfahren ein „Tradeoff“ bezüglich Genauigkeit und Laufzeit. Exakte Verfahren benötigen viel Rechenaufwand. Mit Hilfe approximativer Verfahren kann der Aufwand zur Berechnung von  $R_{All}$  auf Kosten einer geringeren Genauigkeit verringert werden.

#### 3.2.1 Zuverlässigkeitsschranken und Monte Carlo Simulationstechniken

Die Berechnung von Zuverlässigkeitsschranken ist für Anwendungen von Interesse, in denen Vorgaben für die maximale und minimale „All-Terminal“ Zuverlässigkeit existieren. Ausgehend von den Ergebnissen kann bei Bedarf eine nachfolgende exakte Berechnung von  $R_{All}$  durchgeführt werden. Repräsentative Beispiele für Zuverlässigkeitsschranken stellen die in [?] und [?] vorgestellten Verfahren dar. Neben der Abschätzung von  $R_{All}$  mit Hilfe von Schranken bedient man sich für die Bestimmung der Netzwerkzuverlässigkeit häufig der Monte Carlo Simulation [?, ?, ?, ?]. Das Grundprinzip sämtlicher Monte Carlo Techniken ist dabei identisch. In mehreren unabhängig voneinander durchgeführten Stichproben  $M$  generiert das Verfahren jeweils einen Zustand  $s \in S$  des Netzwerks und untersucht dessen Zusammenhang. Hierbei kann das Netzwerk entweder zusammenhängend sein oder nicht. Die Schätzung für  $R_{All}$  erfolgt durch

$$\hat{R}_{All} = \frac{1}{M} \sum \phi(S) \quad (3)$$

Einen genaueren Schätzwert für  $R_{All}$  erhält man mittels der in [?] vorgeschlagenen Strategie zur Generierung der Stichproben, welche einen „Fishman Sampling“-Plan verwendet. Die Anwendung dieser Strategie setzt allerdings einen vorgelagerten möglichst effizienten Algorithmus zum Finden aller disjunkten Spannbäume sowie aller disjunkten minimalen Schnitte im Netzwerk voraus.

## 4 Experimente und Ergebnisse

Die in [?, ?, ?] vorgestellten Verfahren, eine Parallelisierung des Dekompositionsansatzes aus ??, sowie eine einfache Monte Carlo Simulation [?, S. 61] zur Berechnung der „All-Terminal“ Zuverlässigkeit sollen im Folgenden für Netzwerke aus der Literatur sowie für Netzwerke, welche mit Hilfe eines Topologieentwurfsverfahrens erstellt wurden, eingesetzt werden. Die dabei gewonnenen experimentellen Ergebnisse erlauben einen Vergleich der praktischen Einsetzbarkeit der unterschiedlichen Verfahren. Der Fokus liegt hierbei auf der Genauigkeit und der Laufzeit der Verfahren. Beide Eigenschaften sind wichtig für die Auswahl geeigneter Methoden zur Bestimmung der „All-Terminal“ Zuverlässigkeit. Diese beiden Größen sind auch entscheidend für die Leistungsfähigkeit von Planungsverfahren, welche einen automatisierten Entwurf von Netzwerktopologie unter Berücksichtigung von Zuverlässigkeitsmaßen ermöglichen [?, ?, ?, ?].

### 4.1 Probleminstanzen und Testumgebung

Für die experimentelle Untersuchung der Verfahren werden sechs Netzwerke (manzi18, dengiz8, türkei1, türkei2, türkei3 und belgien) aus verschiedenen Literaturstellen [?, ?, ?] sowie zwei Netzwerke (deutsch15 und deutsch20) basierend auf Kommunikationsnetzwerkstrukturen in Deutschland verwendet.

**Testprobleme** - Das Testproblem manzi18 wurde in [?] vorgestellt. Es ist als Ring aufgebaut und enthält 18 Knoten und 20 Verbindungen. Die Verbindungen haben unterschiedliche Zuverlässigkeiten zwischen 0,90 und 0,99. Die exakte „All-Terminal“ Zuverlässigkeit wird in [?] mit 0,8773 angegeben. Das Testproblem dengiz8 wurde in [?] untersucht und verbindet 8 Knoten, die zufällig auf einem zweidimensionalen Raster der Größe 100x100 platziert wurden. Sämtliche Kanten haben die Zuverlässigkeit 0,9. Die „All-Terminal“ Zuverlässigkeit des Netzwerks beträgt 0,8992.

**Reale Netzwerktopologien** - Die verbleibenden 6 Netzwerke repräsentieren unterschiedliche Netzwerktopologien in Europa. Die Netzwerke türkei1-3 sind mögliche Lösungen für das in [?] vorgestellte Optimierungsproblem, bei dem die 19 größten universitären Forschungseinrichtungen der Türkei durch ein Netzwerk mit  $R_{All} = 0,999$  zu verbinden sind. Die Zuverlässigkeit der einzelnen Verbindungen liegt zwischen 0,96 und 0,99. Aus [?] wurde das größte Netzwerk (belgien) mit 52 Knoten und 73 Verbindungen entnommen. Für die Experimente wurde jeder Kante eine Zuverlässigkeit von 0,95 zugewiesen. Für diesen Beitrag wurden zusätzlich die Netzwerke deutsch15 und deutsch20 ausgewählt. Die Knoten der beiden Netze repräsentieren die 15 beziehungsweise 20 größten Städte Deutschlands. Die Verbindungen zwischen den Knoten haben eine Zuverlässigkeit zwischen 0,7 und 0,9. Die beiden vorgestellten Netzwerke haben jeweils 28 und 39 Kanten und wurden durch ein Topologieplanungsverfahren generiert (vgl. [?]).

**Testumgebung** - Die Implementierung der in Kapitel ?? vorgestellten Verfahren erfolgte in C++ unter Linux. Für die Parallelisierung des Dekompositionsansatzes wurde die freie MPI-Bibliothek LAM verwendet. Die lokalen Experimente erfolgten auf einem P4-2GHz. Für das parallele Verfahren wurde ein Cluster mit sieben P4-2GHz PCs genutzt.

## 4.2 Experimentelle Ergebnisse

Testproblem	n	m	Obere Schranke für $R_{All}$
türkei1	19	30	0,9992
türkei2	19	33	0,9991
türkei3	19	54	0,9995
deutsch15	15	29	0,9557
deutsch20	20	39	0,9547
dengiz8	8	9	0,9427
manzi18	18	20	0,9645
belgien	52	73	0,9408

Tabelle 1: Ergebnisse obere Schranke

Die mittels des exakten Dekompositionsansatzes aus Abschnitt ?? erzielten Ergebnisse zeigt Tabelle ?. Für die Experimente kamen eine lokale sowie eine parallele Implementierung des Verfahrens zum Einsatz. Der Dekompositionsansatz wurde hierbei entweder nach dem Erreichen einer vorgegebenen unteren Zuverlässigkeitsschranke  $R_0$  abgebrochen oder komplett bis zum Ende durchgeführt. Die Ergebnisse, welche durch eine vollständige Durchführung des Dekompositionsansatzes ermittelt wurden, stellen die exakten Werte für die „All-Terminal“ Zuverlässigkeit dar. Eine vollständige und exakte Berechnung der „All-Terminal“ Zuverlässigkeit war für die Netzwerke belgien und türkei3 nicht möglich. Für das Netzwerk belgien überstieg die Anzahl der Zustände, die für  $T$  zu untersuchen sind, die zur Verfügung stehende Speicherkapazität. Die Berechnung für türkei3 wurde nach 14 Stunden abgebrochen und die bis zu diesem Zeitpunkt ermittelte Zuverlässigkeit angegeben. Die Ergebnisse der nach [?] berechneten oberen Schranke zeigt Tabelle ?. Hierbei bezeichnet  $n$  die Anzahl der Knoten und  $m$  die Anzahl der vorhandenen Kan-

Testproblem	Einfache Monte Carlo (M=10000)		Fishman Monte Carlo (M=10000)		Einfache Monte Carlo (M=20000)		Fishman Monte Carlo (M=20000)		Einfache Monte Carlo (M=30000)		Fishman Monte Carlo (M=30000)	
	$R_{All}$	t	$R_{All}$	t	$R_{All}$	t	$R_{All}$	t	$R_{All}$	t	$R_{All}$	t
türkei1	0,9990	0,13	0,9991	0,44	0,999	0,26	0,9991	0,85	0,9992	0,40	0,9991	1,27
türkei2	0,9992	0,14	0,9992	0,44	0,999	0,29	0,9991	0,88	0,9991	0,45	0,9991	1,39
türkei3	0,9994	0,23	0,9995	0,77	1,000	0,45	0,9995	1,53	0,9995	0,68	0,9995	2,31
deutsch15	0,9503	0,15	0,9500	0,44	0,951	0,31	0,9499	0,88	0,9498	0,46	0,9503	1,32
deutsch20	0,9505	0,20	0,9507	0,50	0,950	0,41	0,9508	1,29	0,9507	0,62	0,9507	1,81
dengiz8	0,9001	0,05	0,8990	0,13	0,899	0,10	0,8993	0,26	0,8984	0,15	0,8994	0,40
manzi18	0,8787	0,09	0,8769	0,33	0,878	0,20	0,8764	0,67	0,8773	0,31	0,8776	1,08
belgien	0,9077	0,33	0,9046	1,64	0,905	0,67	0,9050	3,28	0,9037	1,01	0,9049	5,39

Tabelle 2: Ergebnisse Monte Carlo Simulationstechniken

ten. Auf die Angabe der Laufzeit des Verfahrens zur Bestimmung der oberen Grenze wird verzichtet, da diese für alle Testinstanzen kleiner als eine Millisekunde ist. Die mit Hilfe der beiden in Abschnitt ?? vorgestellten Monte Carlo Simulationstechniken ermittelten Ergebnisse sind in Tabelle ?? zusammengefasst.  $R_{All}$  bezeichnet die jeweils ermittelte „All-Terminal“ Zuverlässigkeit und  $t$  gibt die dafür benötigte Laufzeit in Sekunden an. Die für die Monte Carlo Simulation angegebenen Werte sind der Mittelwert aus 10 unabhängig voneinander durchgeführten Läufen.

Test- problem	Dekomposition lokal auf einem Rechner					Dekomposition verteilt auf Cluster				
	Abbruch bei $R_{All} \geq R_0$			vollständig		Abbruch bei $R_{All} \geq R_0$			vollständig	
	$R_0$	$R_{All}$	t	$R_{All}$	t	$R_0$	$R_{All}$	t	$R_{All}$	t
türkei1	0,99	0,9990	0,13	0,9991	1167	0,99	0,9990009	2,09	0,9991	683
türkei2	0,99	0,9990	1,44	0,9991	1921	0,99	0,9990018	2,55	0,9991	1178
türkei3	0,99	0,9990	1,23	0,9990	>14h	0,99	0,9990005	592,62	0,9990	>14h
deutsch15	0,95	0,9500	25,7	0,9502	73,1	0,95	0,9500000	19,45	0,9502	76,51
deutsch20	0,95	0,9500	2000	0,9500	2000	0,95	0,9499999	1261,3	0,9500	1261
dengiz8	0,9	0,8992	0	0,8992	0	0,9	0,8992000	0,00	0,8992	0,00
manzi18	0,9	0,8773	14,2	0,8773	14,2	0,9	0,8773200	14,42	0,8773	14,42

Tabelle 3: Ergebnisse Dekompositionsansatz (lokal und verteilte Berechnung)

(b)  
 lokal/verteilt  
 exakt  
 Schran-  
 ke  
 $R_0$

Abbildung 2: Vergleich Laufzeiten Dekompositionsansatz lokal/verteilt

### 4.3 Auswertung

#### 4.3.1 Laufzeit

Die Tabellen ?? und ?? zeigen, dass für Netze mit wenigen Knoten und Verbindungen wie z.B. dengiz8, der Dekompositionsansatz eine sehr schnelle Berechnung von  $R_{All}$  ermöglicht. Ein großer Nachteil des Verfahrens liegt allerdings in der sehr langen Laufzeit bei Netzen mittlerer Größe, obwohl durch eine Parallelisierung des Verfahrens die Berechnung beschleunigt werden kann. Abbildung ?? stellt die Laufzeiten des lokalen und verteilten/parallelen Dekompositionsverfahrens bei der Berechnung der exakten Zuverlässigkeit gegenüber. Es ist erkennbar, dass die Parallelisierung des Verfahrens zu einer deutlichen Verkürzung der Laufzeit führt. Weiterhin vergleicht Abbildung ?? die Laufzeiten des Dekompositionsansatzes bei Verwendung einer Zuverlässigkeitsschranke  $R_0$ . Hierbei ist erstaunlicherweise für die Netzwerke türkei1-3 sowie manzi18 die zentrale, nichtverteilte Berechnung der „All-Terminal“ Zuverlässigkeit schneller als die verteilte Berechnung mit Hilfe eines Clusters. Ursache hierfür ist das bei der Implementierung verwendete Verteilungs- und Kommunikationskonzept. Das parallelisierte Verfahren teilt zunächst jedem Client einen Teilbereich von  $T$  zu. Jeder Client generiert dann die für seinen Bereich relevanten Komplementärereignisse und beginnt mit der Berechnung. Ist die Berechnung für eines dieser Ereignisse abgeschlossen, wird das Ergebnis an den Master-PC gesendet. Dieser prüft, ob die geforderte Schranke  $R_0$  durch das empfangene Ergebnis überschritten wurde. Tritt dieser Fall ein, erhält der Client die Nachricht, die Berechnung abzubrechen. Anderenfalls wird dem Client signalisiert, mit der Berechnung fortzufahren. Da der Master-PC selbst keine Möglichkeit hat, die Clients über einen Abbruch der



Berechnung zu informieren, wird die verteilte Berechnung erst gestoppt, nachdem alle Clients das nächste Ergebnis zum Master-PC gesendet haben. In Abbildung ?? werden die Laufzeiten für die Monte Carlo Simulationstechniken gegenübergestellt. Hierbei wird deutlich, dass für eine vorgegebene Anzahl an Kanten die Laufzeit der einfachen Monte Carlo Simulation linear mit zunehmendem Stichprobenumfang  $M$  zunimmt. Für das „Fishman Sampling“ ist festzuhalten, dass die Laufzeit des Verfahrens ebenfalls mit der Kantenanzahl  $m$  steigt. Auf Grund der Vorverarbeitung des Findens der Schnitte und Bäume, die für die Anwendung des „Fishman Sampling“ Plans notwendig sind, ist der Anstieg der Berechnungszeit im Vergleich zur einfachen Monte Carlo Simulation allerdings deutlich größer. Für alle untersuchten Netzwerke ist die einfache Monte Carlo Simulation auf Grund der simplen Schritte zur Generierung einer Stichprobe der „Fishman Sampling“ Methode bei identischer Stichprobenanzahl im Laufzeitvergleich überlegen.

Zusammenfassend kann bezüglich der Laufzeit der Verfahren festgestellt werden, dass beim Vorhandensein einer vorgegebenen minimalen Zuverlässigkeits-

Abbildung 3: Vergleich der Laufzeiten bei Monte Carlo Simulation

anforderung  $R_0$  das Dekompositionsverfahren dann sehr schnell ist, wenn  $R_{All} > R_0$ . Die Laufzeit des Dekompositionsverfahrens liegt bei kleinen Netzwerken wie türkei1 und dengiz8 noch unter der einer einfachen Monte Carlo Simulation. Kritisch ist das Verfahren, wenn  $R_{All} < R_0$ . Wie man am Netzwerk deutsch20 erkennt, muss das Verfahren hier sämtliche Zustände untersuchen, was zu einer sehr langen Laufzeit führt. Darüber hinaus zeigen die Experimente, dass eine Parallelisierung des Dekompositionsansatzes nur für die Untersuchung von komplexeren Netzwerkstrukturen wie z.B. deutsch20 sinnvoll ist. Für kleinere Netze ist der Koordinationsaufwand zu hoch und eine lokale Implementierung vorzuziehen. Die Grenzen des Dekompositionsverfahrens zeigen sich bei der Bestimmung von  $R_{All}$  für Netzwerke wie türkei3 und belgien, bei denen die Berechnung auf Grund zu langer Laufzeiten und unzureichender Speicherressourcen abgebrochen wird. Für eine schnelle Ermittlung einer Schätzung für die „All-Terminal“ Zuverlässigkeit bietet sich bei größeren und komplexeren Netzen der Einsatz einer der vorgestellten Monte Carlo Simulationstechniken an.

### 4.3.2 Genauigkeit

Während die Dekompositionsmethode dann die exakte „All-Terminal“ Zuverlässigkeit liefert, wenn sie nicht vorzeitig abgebrochen wird, geben die anderen Verfahren nur einen Schätzwert bzw. eine obere Schranke für  $R_{All}$  an. In Tabelle ?? wird die prozentuale Abweichung zwischen der exakten Zuverlässigkeit  $R_{All}$  und der durch die Schätz/Näherungsverfahren bestimmten Werte angegeben. Größere Abweichungen der Schätz/Näherungswerte von dem tatsächlichen Wert sind nur für die Netzwerke dengiz8 und manzi18 festzustellen. Insbesondere die obere Zuverlässigkeitsschranke weist hier eine sehr starke Abweichung vom tatsächlichen Wert auf. Betrachtet man die Monte Carlo Simulationstechniken, so ist festzustellen, dass im allgemeinen nur geringe Abweichungen existieren.

	türkei1	türkei2	deutsch15	deutsch20	dengiz8	manzi18
Obere Schranke	0,01%	0,00%	0,58%	0,50%	4,84%	9,94%
Einfache MC (M=10000)	0,00%	0,01%	0,01%	0,05%	0,10%	0,16%
Einfache MC (M=20000)	0,00%	0,02%	0,07%	0,03%	-0,04%	0,08%
Einfache MC (M=30000)	0,01%	0,00%	-0,04%	0,08%	-0,09%	0,00%
Fishman MC (M=10000)	0,00%	0,01%	-0,02%	0,07%	-0,02%	-0,05%
Fishman MC (M=20000)	0,00%	0,00%	-0,03%	0,08%	0,01%	-0,10%
Fishman MC (M=30000)	0,00%	0,00%	0,01%	0,07%	0,02%	0,04%

Tabelle 4: Abweichung des durch die Verfahren ermittelten Näherungs- bzw. Schätzwert von der exakten „All-Terminal“ Zuverlässigkeit  $R_{All}$ .

### 4.3.3 Empfehlungen für den Einsatz der Verfahren

Für den Einsatz einer Methode zur Bestimmung der „All-Terminal“ Zuverlässigkeit sind isolierte Betrachtungen zur Laufzeit und Genauigkeit der Ergebnisse nur bedingt geeignet. In Planungsverfahren, in denen eine Vielzahl von Netzwerken zu untersuchen sind, müssen Methoden bereitstehen, die in akzeptabler Zeit eine Bestimmung der Zuverlässigkeit eines Netzwerks ermöglichen. Betrachtet man beispielsweise die in [?, ?, ?] vorgestellten Planungsverfahren, so müssen jeweils eine Vielzahl von Netzwerken bezüglich ihrer Zuverlässigkeit bewertet werden. Die Evaluierung der Zuverlässigkeit eines einzelnen Netzwerks sollte somit schnell sein und in nur wenigen Sekunden erfolgen. Für den Einsatz der Methoden ergeben sich anhand der vorgestellten Ergebnisse deshalb die nachfolgenden Vorgeschlagsempfehlungen: Unabhängig von der Größe des Netzwerks sollte zunächst eine obere Zuverlässigkeitsschranke abgeschätzt werden. Falls die Schranke die vorgegebene Zuverlässigkeit überschreitet, kann anschließend in Abhängigkeit von der Komplexität des Netzwerks entschieden werden, ob mit Hilfe einer nachgelagerten exakten oder stochastischen Methode eine genauere Bestimmung der Zuverlässigkeit erfolgen soll. Für Netzwerke mit bis zu 10 Knoten und maximal 30 Verbindungen bietet sich das lokale Dekompositionsverfahren an. Für größere Netzwerke ist bei der Zuverlässigkeitsanalyse ohne Angabe einer unteren Schranke den Monte Carlo Simulationstechniken der Vorzug zu geben. Wie die Ergebnisse für die Monte Carlo Simulationen zeigen, ist allerdings der Zuwachs an Sicherheit, der sich durch den Einsatz des modifizierten Stichprobenplans beim „Fishman Sampling“ ergibt, gering. Setzt man diesen ins Verhältnis zu der zusätzlich benötigten Rechenzeit, erweist sich die einfache Monte Carlo Simulation als die effizientere Methode. Wie in den Ergebnissen für die Netzwerke dengiz8 und deutsch20 zu sehen ist, reicht eine Schätzung mittels Monte Carlo Simulation nicht immer aus, so dass bei der Planung von Netzwerken eine exakte Untersuchung einzelner weniger Lösungsoptionen mit Hilfe der Dekompositionsmethode vertretbar ist. Die rechentechnischen Möglichkeiten für den Einsatz der Dekompositionsmethode sind allerdings auf Netzwerke mit ca. 20 Knoten und 40 Kanten begrenzt. Für größere Netzwerke ist damit nur der Einsatz der Monte Carlo Simulation möglich.

## 5 Zusammenfassung

Die Zuverlässigkeit von Kommunikationssystemen ist beim Einsatz von netz- oder internetbasierten IT-Anwendungen einer der wichtigen Faktoren für den Erfolg einer Geschäftstätigkeit. Im Rahmen dieses Beitrags wurden unterschiedliche Verfahren zur Bewertung der Zuverlässigkeit von Kommunikationsnetzwerken vorgestellt und entsprechende Methoden zur Berechnung der Zuverlässigkeit von Netzwerken untersucht. Hierbei wurde der Schwerpunkt auf die „All-Terminal“ Zuverlässigkeit gelegt und verschiedene Methoden für die exakte und approximative Berechnung der „All-Terminal“ Zuverlässigkeit miteinander verglichen. Als exakte Verfahren wurden die vollständige Enumeration möglicher Zustände und ein mehrstufiger Dekompositionsansatz betrachtet. Als approximative Verfahren wurden eine einfache Monte Carlo Simulation und ein darauf aufbauendes Verfahren, welches einen „Fishman Sampling“-Plan verwendet, untersucht. Weiterhin wurde ein Verfahren zur Ermittlung einer oberen Schranke für die „All-Terminal“ Zuverlässigkeit vorgestellt. Für alle Verfahren wurden deren Laufzeit und Genauigkeit für eine Reihe von Testproblemen und realen Netzwerken analysiert und Empfehlungen für den praktischen Einsatz gegeben. Die Experimente zeigen, dass das exakte Dekompositionsverfahren nur für relativ kleine Netzwerke mit weniger als 30-40 Kanten geeignet ist. Durch eine mögliche Verteilung der Berechnung im Rahmen des Einsatzes eines Computerclusters können zwar Geschwindigkeitssteigerungen erreicht werden, jedoch stoßen auch verteilte Ansätze schnell an die Grenzen und sind nur für relative kleine Netzwerke einsetzbar. Die Zuverlässigkeit von Netzwerken kann allerdings recht genau und mit vertretbarem Aufwand mit Hilfe von Monte Carlo Simulationen bestimmt werden. Insbesondere bei der Bewertung der Zuverlässigkeit von größeren Netzwerken sind derartige Verfahren exakten Verfahren vorzuziehen. Ein direkter Vergleich der einfachen Monte Carlo Simulation mit der erweiterten Methode mit „Fishman Sampling“ zeigt, dass der zusätzliche Aufwand für das „Fishman Sampling“ nicht gerechtfertigt ist und die einfachere Monte Carlo Simulation genauere Schätzungen in kürzerer Zeit liefert. Es lässt sich feststellen, dass in der Praxis durch den kombinierten Einsatz verschiedener Methoden die besten Ergebnisse bei der Berechnung der „All-Terminal“ Zuverlässigkeit von Netzwerken erzielbar sind. In einem ersten Schritt sollte eine obere Schranke für die Zuverlässigkeit eines Netzwerks bestimmt werden. Eine derartige Schätzung kann sehr schnell durchgeführt werden und eignet sich gut für Problemstellungen, bei denen ein aufzubauendes Netzwerk eine vorgegebene Mindestzuverlässigkeit erfüllen muss. Falls die so ermittelte Schranke größer als die Mindestzuverlässigkeit ist, sollte im Anschluss daran entweder das Dekompositionsverfahren (bei kleinen Problemen mit weniger als 30-40 Kanten) oder eine Monte Carlo Simulation (bei größeren Problemen) eingesetzt werden.

## Literatur

- [Ahm82] S.H. Ahman. Topological Optimization of a Reliable Communication Network. 31(1):41–44, 1982.
- [CLC99] Yunbin Chen, Jiandong Li und Jiamo Chen. A New Algorithm For Network Probabilistic Connectivity. In *Military Communications Conference Proceedings*, Jgg. 2, Seiten 920–923, 1999.

- [Col87] Charles J. Colbourn. *The Combinatorics of Network Reliability*. Oxford University Press, 1987.
- [DA01] B. Dengiz und C. Alabap. A Simulated Annealing Algorithm for Design of Computer Communication Networks. In *Proceedings of World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics, SCI 2001*, Jgg. 5, 2001.
- [DAS97] B. Dengiz, F. Altiparmak und A. E. Smith. Local Search Genetic Algorithm for Optimal Design of Reliable Networks. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 1(3):179–188, 1997.
- [DB01] S. Duarte und B. Barán. Multiobjective Network Design Optimisation Using Parallel Evolutionary Algorithms. In *Proceedings of XXVII Conferencia Latinoamericana de Informática CLEI'2001*, Merida, Venezuela, 2001.
- [DS98] Darren Deeter und Alice E. Smith. Economic design of reliable networks. *IIE Transactions*, 30:1161–1174, 1998.
- [FB87] C.C. Fong und J.A. Buzacott. An Algorithm for Symbolic Reliability Computation with Path-sets or Cut-sets. 36(1):34–37, 1987.
- [Fis95] G.S. Fishman. *Monte Carlo Simulation*. Springer, 1995.
- [JHC93] Rong-Hong Jan, Fung-Jen Hwang und Sheng-Tzong Chen. Topological optimization of a communication network subject to a reliability constraint. 42(1):63–70, 93.
- [KS98] A. Konak und A. Smith. An improved general upperbound for all-terminal network reliability, 1998.
- [MLLM01] E. Manzi, M. Labbe, G. Latouche und F. Maffioli. Fishman's sampling plan for computing network reliability. 50(1):41–46, 2001.
- [Mon93] L.C. Monticone. An implementation of the Buzacott algorithm for network global-reliability. 42(1):46–49, 1993.
- [RRG04] Dirk Reichelt, Franz Rothlauf und Peter Gmilkowsky. Designing Reliable Communication Networks with a Genetic Algorithm Using a Repair Heuristic. In *Proceedings 4th European Conference, EvoCOP 2004*, Seiten 177–187. Springer, 2004.
- [Yin93] Li Ying. Analysis method of survivability of probabilistic Networks. *Military Communication Technology Magazine*, 48, 1993.